Corrigés

Épreuve de Mathématiques

→ *p. 119*

■ Exercice 1

1. Il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.
Il y a 8 jetons + x jetons verts.
Or, la probabilité d'obtenir un jeton vert est égale à 0,5. Donc x est solution de l'équation $\frac{x}{8+x} = \frac{1}{2}$.
Donc $x = 8$.
Il faudrait qu'il y ait 8 jetons verts dans le sac, et non 4 !
L'affirmation est donc fausse.

2. 1,5 To = 1 500 Go
Or, $\frac{1500}{60} = 25$, donc avec 1,5 To on peut réaliser 25 dossiers contenant chacun 60 Go.
L'affirmation est donc vraie.

3. Le triangle ABC est isocèle en A donc ses angles à la base ont la même mesure.
Donc $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = 43°$.
De plus la somme des angles d'un triangle vaut 180°.
Donc $\widehat{BAC} = 180° - 2 \times 43° = 180° - 86° = 94°$
De plus, les points B, A et E étant alignés l'angle $\widehat{BAE}$ est plat.
Donc $\widehat{BAE} = 180°$, et par conséquent $\widehat{EAC} = 180° - 94° = 86°$ et non 137°.
L'affirmation est donc fausse.

4. Lorsque le verre est complètement rempli, le liquide prend la forme d'un cône. Lorsque les dimensions d'un solide sont réduites de moitié (ce qui est le cas ici), le volume du solide subit une réduction de $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$. Le volume du liquide est donc divisé par 8 et non par 6.
L'affirmation est donc fausse.

■ Exercice 2

1. Au bout de 2 heures la montée de la mer aura atteint : $\frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
Donc le quart du marnage est atteint au bout de 2 heures.

2. Après 2 heures, la mer aura monté de $\frac{3}{12}$, puis elle montera de $\frac{3}{12}$ pendant l'heure suivante. On peut supposer que durant cette heure la montée sera uniforme et par conséquent la mer montera également de $\frac{1}{12}$ toutes les 20 minutes.
Donc, pour atteindre le tiers du marnage, soit les $\frac{4}{12}$, il faudra attendre 2 h 20 min.

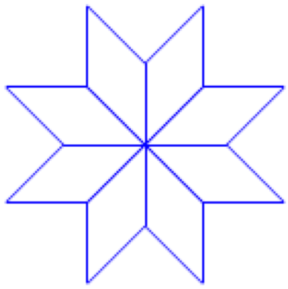
■ Exercice 3

Appelons x la somme gagnée par le deuxième coureur.
Ainsi, le premier coureur recevra $(x + 70)$€ alors que le troisième ne percevra que $(x - 80)$€.
La prime totale étant de 320 €, on en déduit que x doit être solution de l'équation :
$(x + 70) + (x) + (x - 80) = 320$

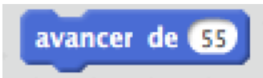
Donc, $3x - 10 = 320$
Donc, $3x = 330$
Donc, $x = 110$
Finalement, les trois premiers coureurs percevront respectivement : 180 €, 110€ et 30€.

■ Exercice 4

1. Les deux programmes comportent 3 différences.
– Le programme A se lance dès que l'on appuie sur le drapeau vert alors que le programme B débute dès que la barre d'espace est enfoncée.
– Les deux programmes ne démarrent pas au même point de départ.
– La boucle qui est répétée 8 fois permet de répéter 8 losanges sur la même ligne avec le programme A alors que le programme B permet de réaliser 8 losanges qui se déduisent les uns des autres par une rotation d'angle 45°.
C'est donc le programme A qui permet d'obtenir le motif présenté.
Avec le programme B nous obtiendrions la figure ci-contre :



2. Observons les deux premiers losanges de 40 unités de côtés.
Le second losange débutera à 55 unités du premier losange.
On en déduit que la distance entre 2 losange est de
55 – 40 = 15 unités.

3. On pourrait l'insérer juste avant ou juste après la balise 

■ Exercice 5

1. Selon le schéma proposé, le quadrilatère PQCA est un rectangle, ses côtés opposés sont donc égaux. Ainsi PA = QC = 0,7 m.
Or QK = QC – KC = 0,7 – 0,61 = 0,09 m
Donc $\frac{QK}{QP} = \frac{0,09}{5} = 0,018$ et $0,015 < 0,018 < 0,02$.
Donc les feux de croisement de la voiture sont bien réglés.

2. Les points S, K, P d'une part et les points S, C, A d'autre part, sont alignés dans cet ordre.
Comme PQCA est un rectangle, les droites (CK) et (AP) sont parallèles.
Donc d'après le théorème de Thalès on a l'égalité des rapports :
$\frac{SC}{SA} = \frac{SK}{SP} = \frac{CK}{PA}$, en particulier : $\frac{CK}{PA} = \frac{SC}{SA}$
Avec $SC = SA - CA$, on obtient l'égalité : $\frac{0,61}{0,7} = \frac{SA-5}{SA}$.
Donc : $0,61\ SA = 0,7(SA - 5)$
Donc : $0,7\ SA - 0,61\ SA = 0,35$
Donc : $0,09\ SA = 3,5$
Donc : $SA = \frac{3,5}{0,09} \approx 38,89$ m.
La distance maximale recherchée est donc environ 38,9 m.

■ Exercice 6

1. Parmi les nombres proposés, seul 10 est un diviseur commun à 240 et 360.
Donc on peut utiliser uniquement les carreaux ayant 10 cm de côté.

2. Il faut déterminer les diviseurs communs à 240 et 360 compris entre 10 et 20.
Pour cela on utilise la décomposition des nombres 240 et 360 en produits de facteurs premiers pour dresser la liste de leurs diviseurs.
On a : $240 = 2^4 \times 3 \times 5$ et $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
Les diviseurs de 240 sont :
1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; **10** ; **12** ; **15** ; 16 ; **20** ; 24 ; 30 ; 40 ; 48 ; 60 ; 80 ; 120 ; 240.
Les diviseurs de 360 sont :
1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; **10** ; **12** ; **15** ; 18 ; **20** ; 24 ; 30 ; 36 ; 40 ; 45 ; 60 ; 72 ; 90 ; 120 ; 180 ; 360.
Les dimensions possibles sont donc 10 cm ; 12 cm ; 15 cm et 20 cm.

3. On choisit des carreaux de 15 cm de côté de couleurs bleue et blanche pour réaliser le panneau mural. Les bleus sur le pourtour (1 rangée) et les blancs à l'intérieur.
On a : 240 = 15 x 16 et 360 = 15 x 24.
Donc il faudra 24 carreaux pour chacune des deux longueurs et 16 carreaux pour chacune des deux largeurs. Attention, il ne faut pas oublier les carreaux comptés à deux reprises.
Il faudra donc 24 x 2 + (16 – 2) x 2 = 76 carreaux.

■ Exercice 7

1. 10 m/s = $\frac{10 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{0{,}01 \text{ km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = \frac{36 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 36$ km/h.

2. a. S'il s'agissait d'une situation de proportionnalité cela se traduirait graphiquement par une droite passant par l'origine du repère. Ce n'est pas le cas ici donc on peut affirmer que la distance de freinage n'est pas proportionnelle à la vitesse du véhicule.
b. On cherche l'ordonnée du point de la courbe ayant 10 pour abscisse.
On obtient 14 mètres.
c. On cherche l'abscisse du point de la courbe ayant 25 pour ordonnée.
On obtient 13,5 m/s.

3. a. On a : $d = 0{,}14v^2$
Pour $v = 36$ km/h = 10 m/s, on a : $d = 0{,}14 \times 10^2 = 14$m.
Donc, pour une voiture roulant à la vitesse de 36 km/h il faudra 14 m pour s'immobiliser.

4. b. On a : $d = 0{,}14v^2$
Pour d $= 35$ m, v est solution de l'équation $35 = 0{,}14v^2$.
Donc : $v^2 = \frac{35}{0{,}14} = 250$
Donc : $v = \sqrt{250} \approx 15{,}8\, m/s$
Donc, si une voiture met 35 m pour s'arrêter, cela signifie qu'elle roulait à la vitesse d'environ 15,8 m/s, soit une vitesse d'à peu près 57 km/h.